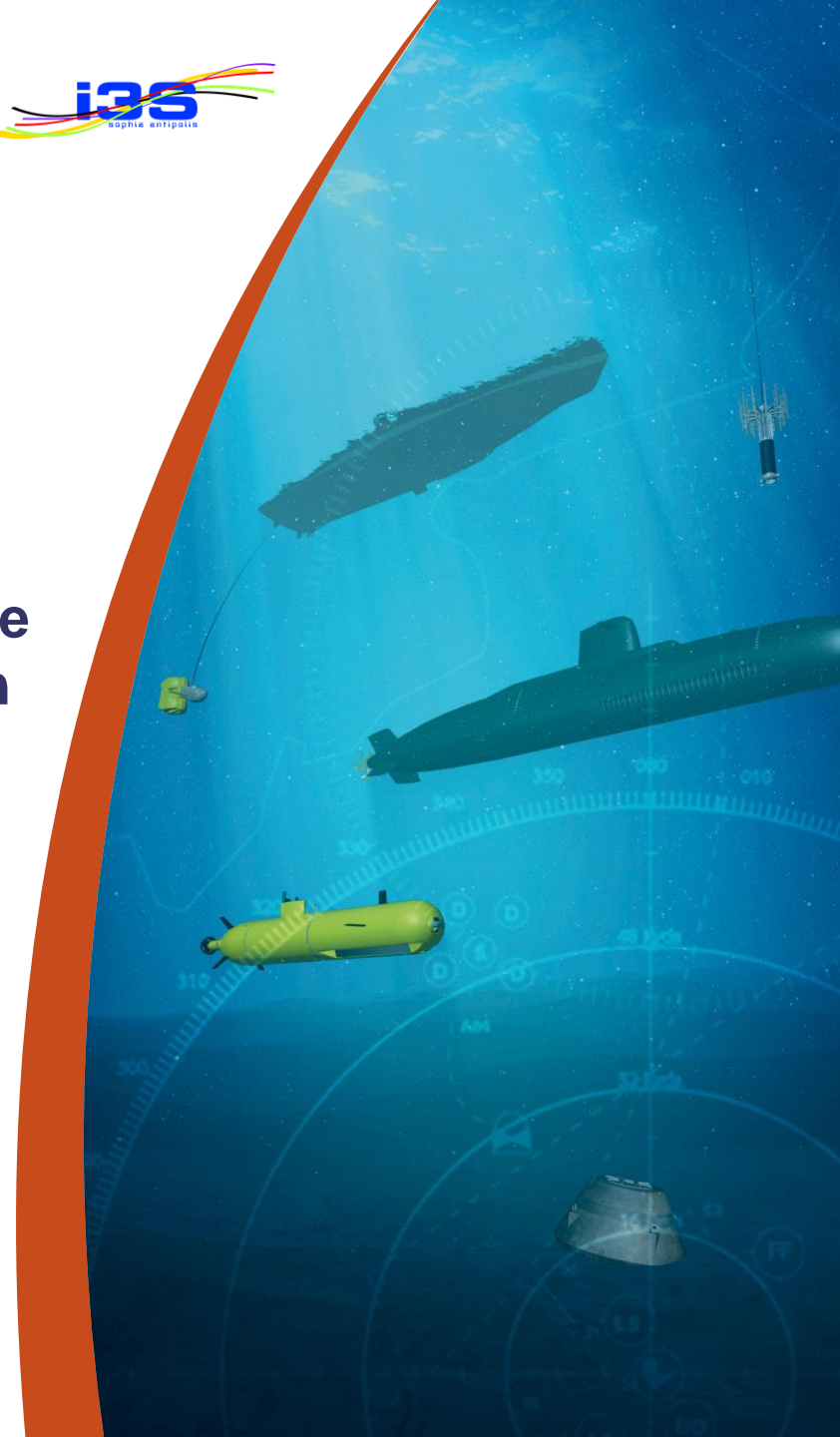


# Apprentissage en profondeur fiable et explicable pour la classification acoustique sous-marine

**Soutenance de Thomas Mahiout**  
**23 juin 2022**

## Encadrants :

- **Lionel FILLATRE** (*Université Côte d'azur, I3S, Sophia Antipolis*)
- **Laurent DERUAZ-PEPIN** (*Thales DMS , Sophia Antipolis*)



I. Introduction

II. État de l'art de la classification acoustique

III. Détection & classification de bruits de propulseur

IV. Architectures multi-résolution explicables

V. Conclusions et perspectives

## I. Introduction

II. État de l'art de la classification acoustique

III. Détection & classification de bruits de propulseur

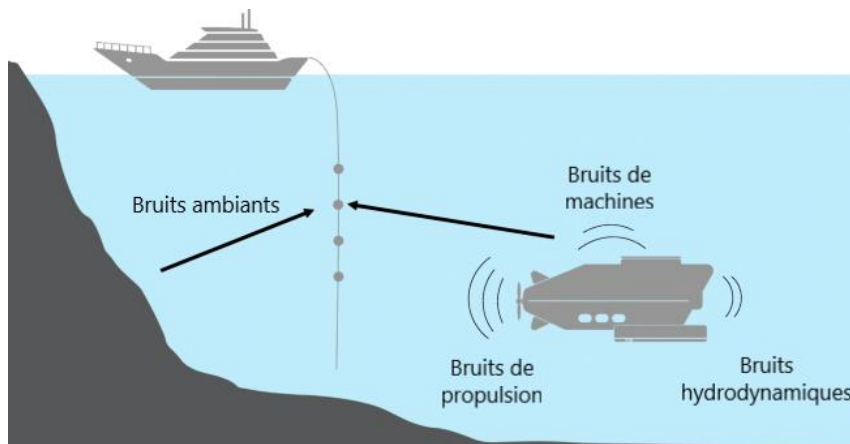
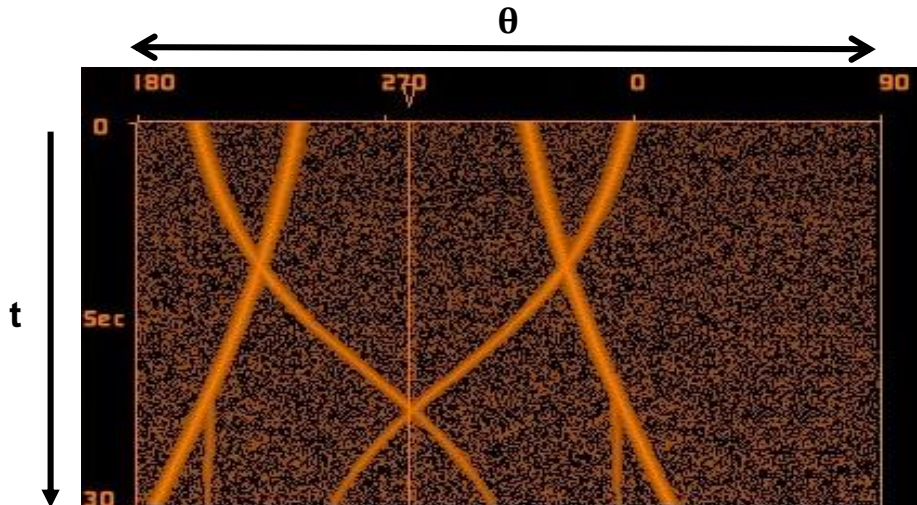
IV. Architectures multi-résolution explicables

V. Conclusions et perspectives

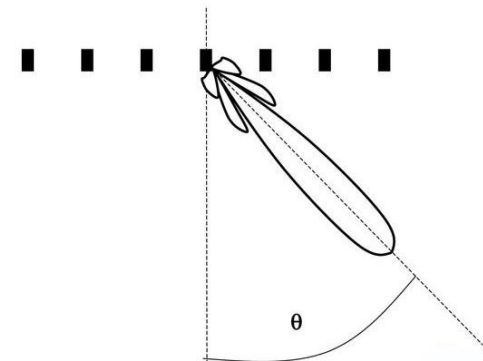
# I. Introduction

## Contexte opérationnelle de la classification acoustique sous marine

- Après formation de voie sur antenne, suivi de plusieurs cibles potentielles sur waterfall.



### Antenne acoustique



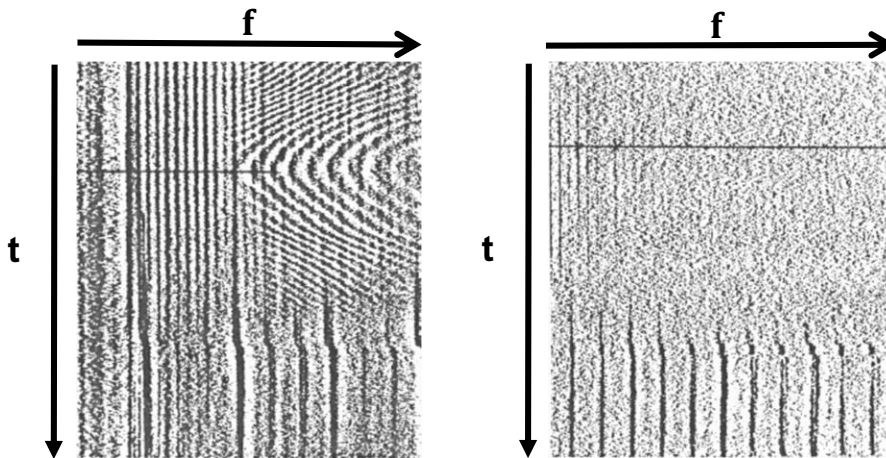
- ASM, environnement complexe où les sources sont noyées dans le bruit ambiant.
- Grande diversité de sources parasites pouvant être détectées.
- Les signaux reçus doivent être classifiés à l'écoute par les marins.

# I. Introduction

## Contexte de la thèse



- Augmentation du nombre de capteurs sur antennes passives.
- Objectif de différencier automatiquement les détections provenant de bruits de navire et les détections parasites.
- Implique de maîtriser l'environnement acoustique sous-marin et les méthodes actuellement utilisées et comprises par la marine.
- La thèse doit éclaircir deux aspects d'intérêts de l'apprentissage profond : l'explicabilité et la fiabilité.



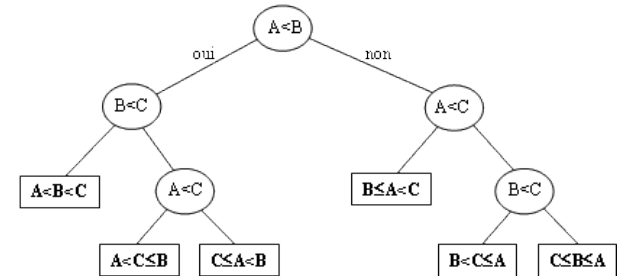
LOFARgram

DEMONgram

# I. Introduction

## Objectif d'explicabilité

- Recherche d'explicabilité en termes de structure mathématique intrinsèquement explicable plutôt que d'interprétabilité sur boîtes noires.
- Recherche d'un compromis entre explicabilité des boîtes blanches et expressivité des architectures profondes en tirant avantage de leurs profondeurs.



## Objectif de fiabilité & robustesse

- Objectif d'établir un lien théorique entre l'architecture d'un réseau profond et la classification/détection optimale de signaux bruités.
- Montrer quelles sont les pertes d'optimalités liées à l'apprentissage et comment les paramètres de l'architecture et de l'apprentissage influencent ces pertes.
- Besoin de maîtriser les performances sur données simulées et de pouvoir déterminer si les entrées sont éloignées de la distribution des données d'apprentissage.





I. Introduction

**II. État de l'art de la classification acoustique**

III. Détection & classification de bruits de propulseur

IV. Architectures multi-résolution explicables

V. Conclusions et perspectives

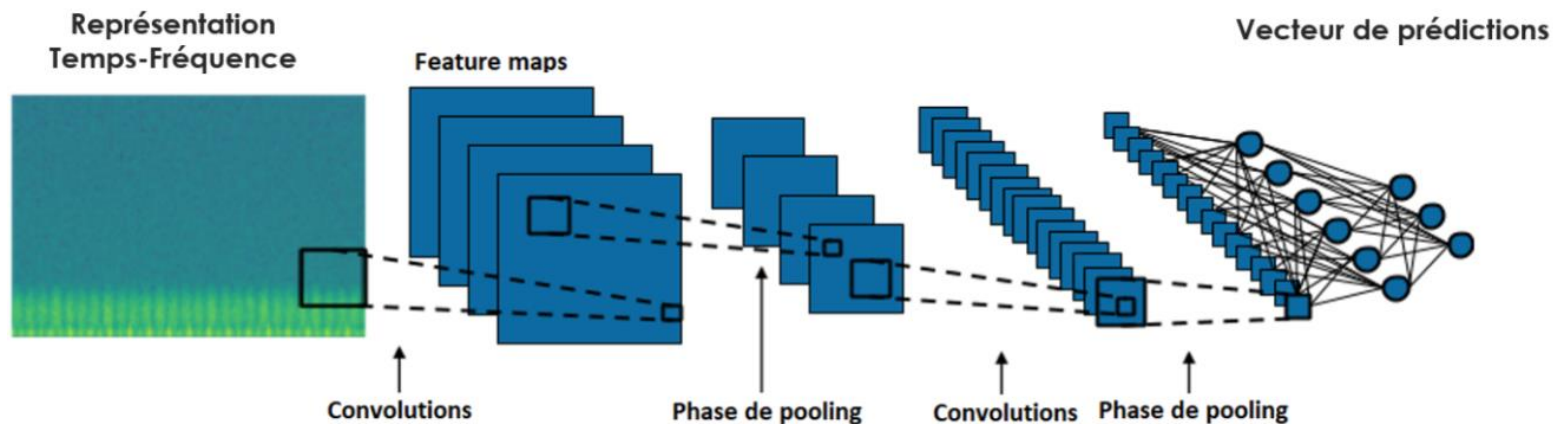
## II. État de l'art de la classification acoustique

### Classification à partir de caractéristiques extraites

- Utilisation d'une représentation des signaux sous forme de variables (spectre, cepstre, tonalités, chroma, ...) comme entrée d'algorithmes d'apprentissage machine linéaires ou non-linéaires.

### Classification à partir de représentations 2D

- Utilisation d'algorithmes de CNN 2D exploitant des représentations issues du traitement du signal :
  - Représentations Temps-Fréquence : Spectrogram (LOFARgram) / Scalogram
  - Représentations Temps-Cepstre : MFCCs
  - Spectre cyclique/Stationnarité d'ordre I : DEMONgram, Scattering Transform



- Choix des représentations et du prétraitement lié aux données à classifier.
- Bonnes performances sur de petits jeux d'entraînement.

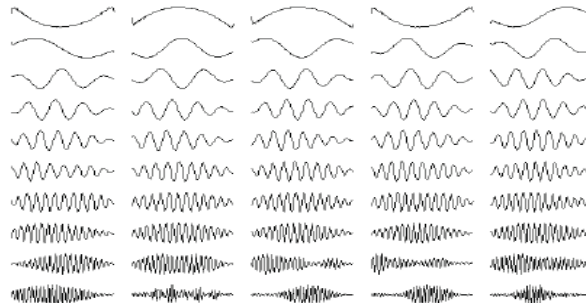


## II. État de l'art de la classification acoustique

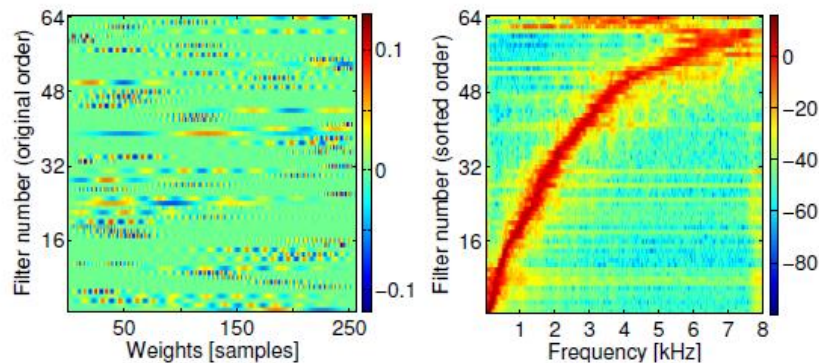
### Classification à partir de signaux acoustiques bruts

- Première couche de convolution agissant comme une banque de filtres.

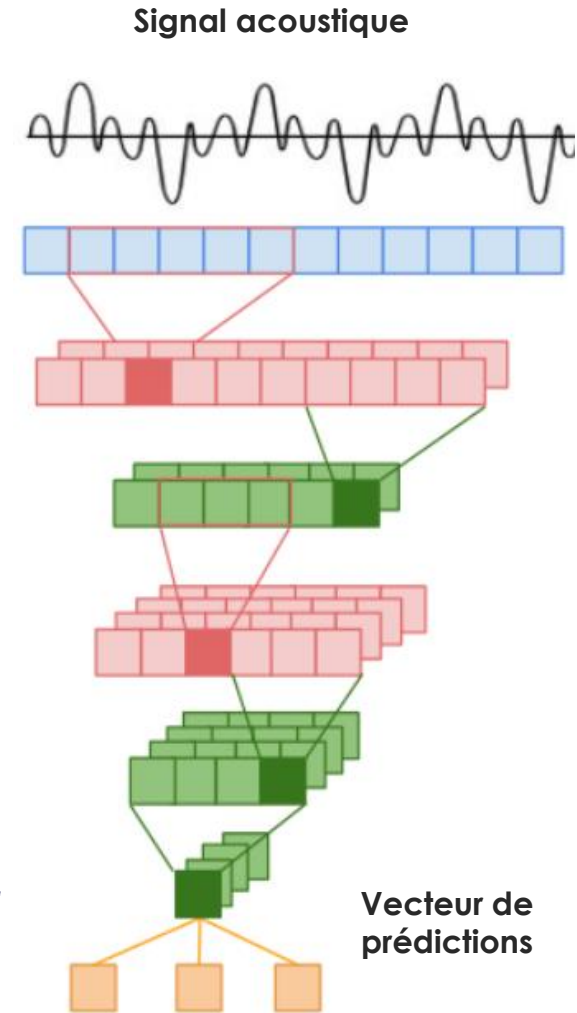
*Sailor,  
"Unsupervised filterbank  
learning using CRBM  
for environmental sound  
classification"*



- Les couches suivantes peuvent approximer des structures déjà connues dans le traitement du signal, qu'on peut visualiser lors de la combinaison des features maps.
- Structure mathématique complexe avec plus d'une couche.



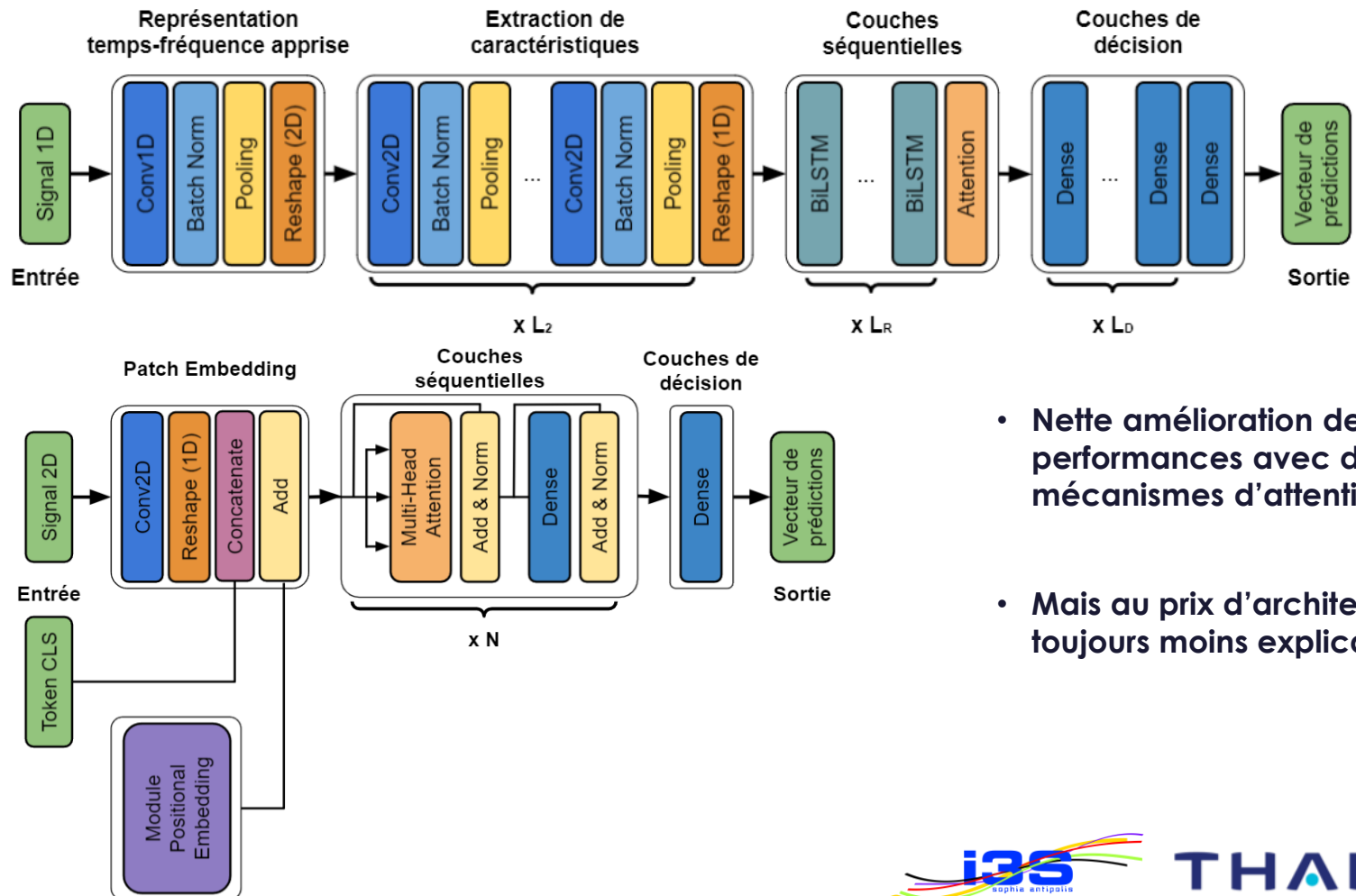
*Golik et al,  
"CNN for acoustic  
modeling of raw  
time signal"*



## II. État de l'art de la classification acoustique

### Solutions plus récentes

- Existence de nombreuses variantes au CNN 1D pour l'apprentissage d'une représentation 2D : CRBM, CNN 1D et 2D, CRNN, VAE CNN ....

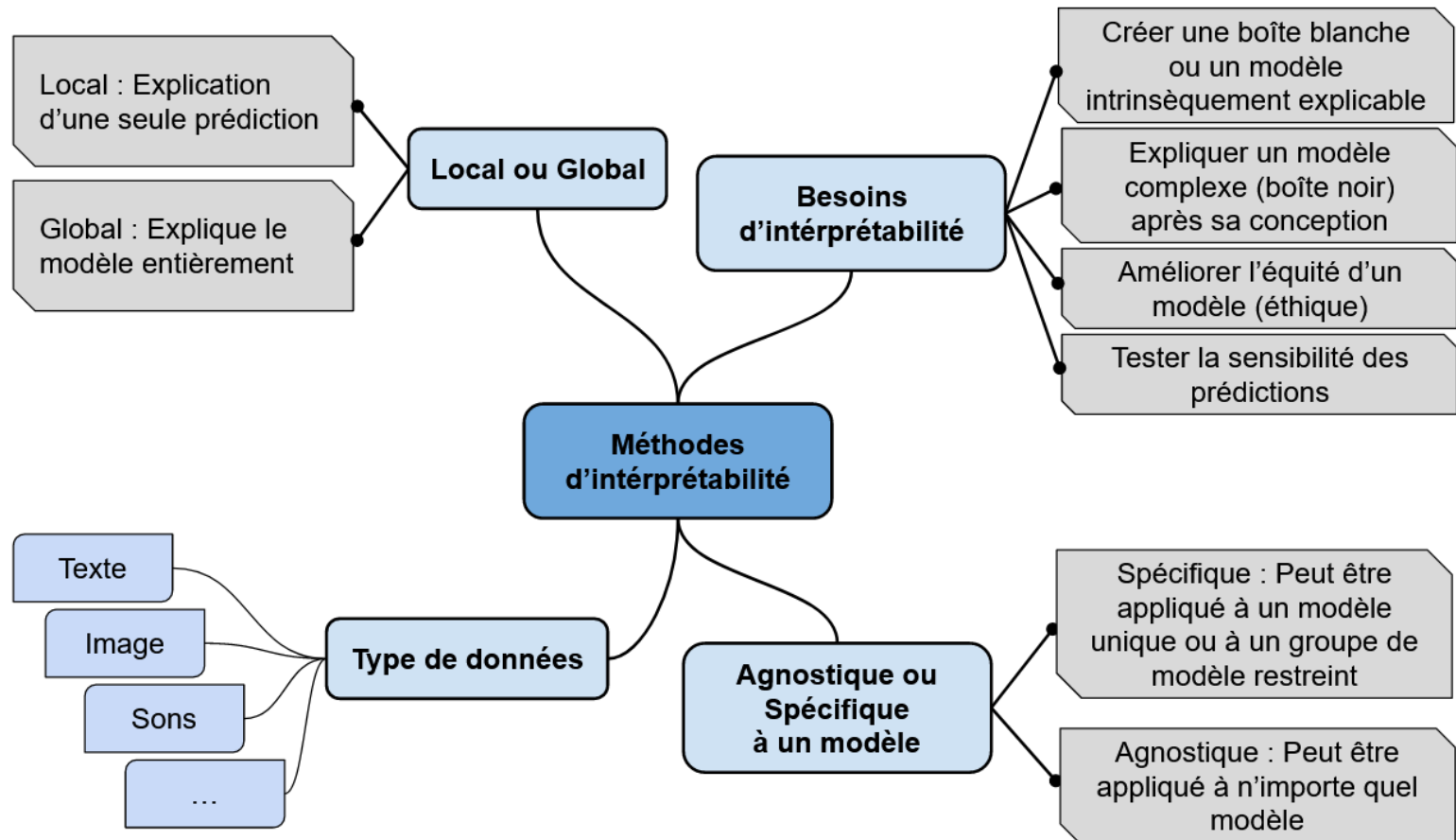


- Nette amélioration des performances avec des mécanismes d'attention.
- Mais au prix d'architectures toujours moins explicables....

## II. État de l'art de la classification acoustique

### XAI et formes d'explicabilité

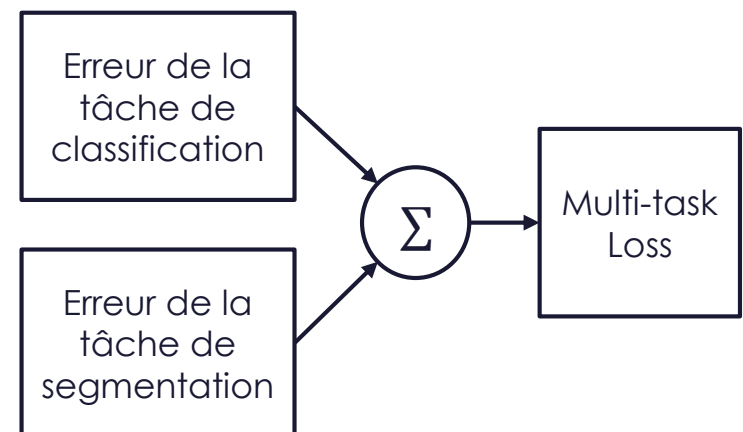
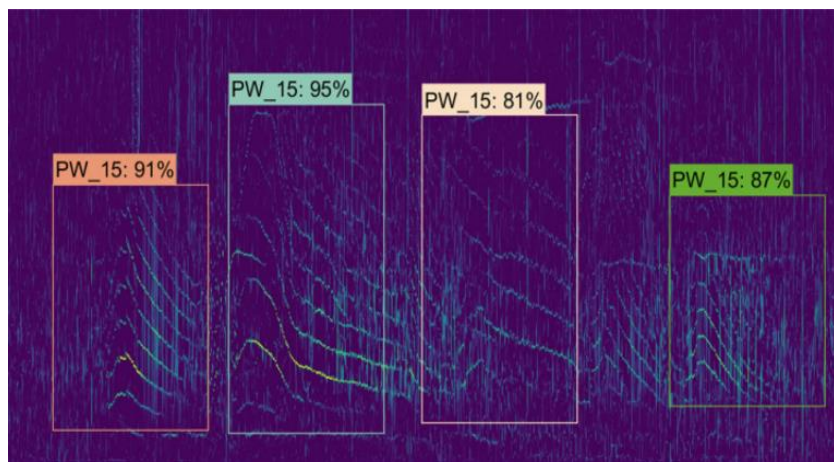
- XAI : capacité d'expliquer ou de présenter en termes compréhensible, un algorithme à un humain.



## II. État de l'art de la classification acoustique

### Formes d'interprétabilité

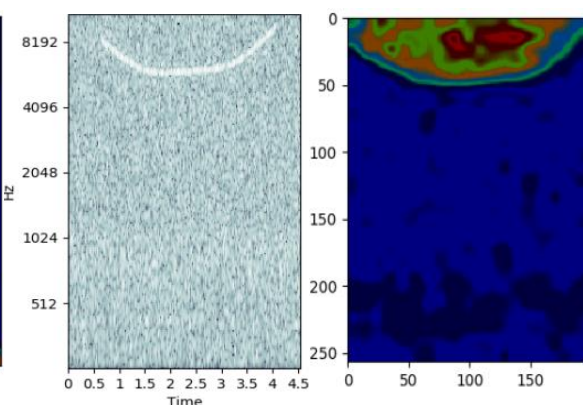
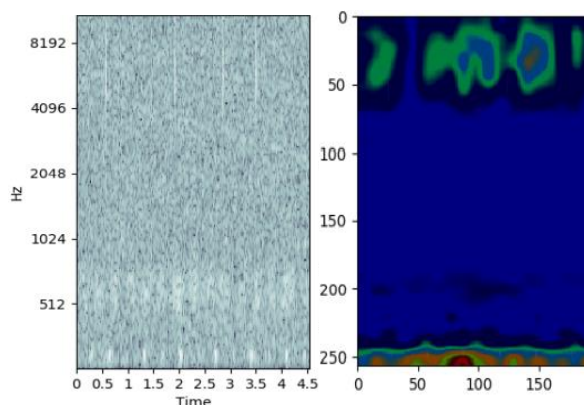
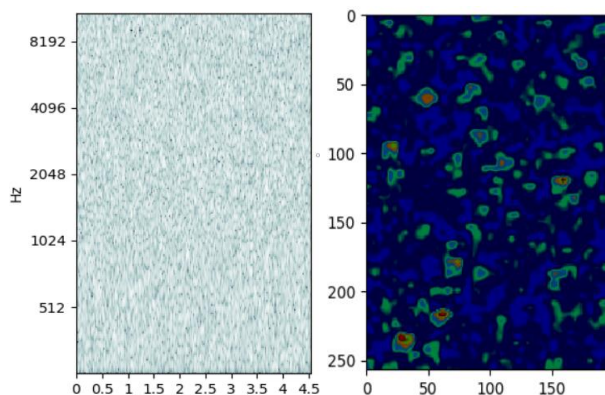
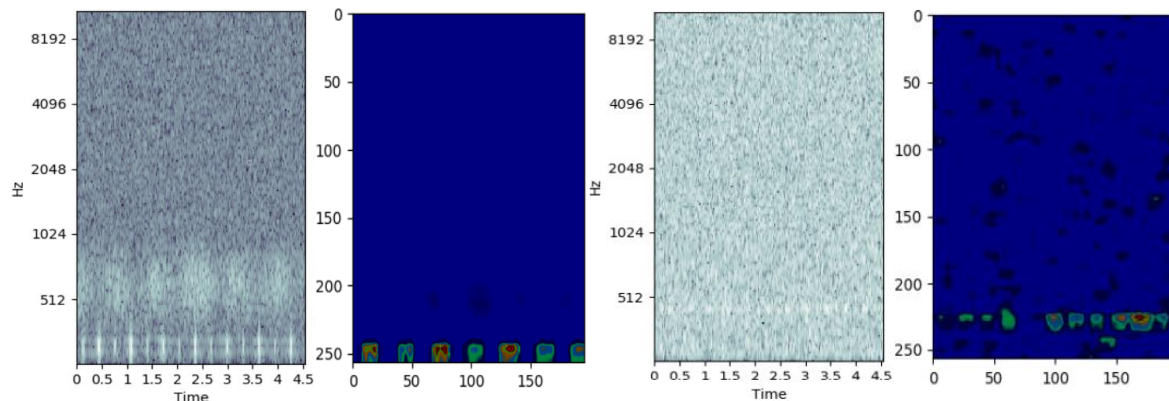
- Méthodes de description : utilisation d'un algo boîte blanche devant décrire localement le comportement d'un algorithme profond (SHAP, LIME).
- Méthodes de visualisation : mettre en évidence les caractéristiques d'une entrée qui entraînent une classification.
- Méthodes restituant des sorties intrinsèquement explicables, où un label et des explications doivent être fournis lors de chaque classification (Multi-task learning).
  - Tentatives réalisées pour prédire le nombre de pales, la vitesse de rotation des pales, mais également une segmentation temps-fréquence.



## II. État de l'art de la classification acoustique

### Méthodes de visualisation

- Méthodes basées sur la rétro-propagation du gradient d'une prédiction via GradCam.
- Utilisation possible sur modèles CNN 2d où l'information est bien localisée et sur CNN 1d et 2d.
- Ne permet pas d'interpréter l'obtention de meilleures confiances en intégrant sur de longues périodes.



# III. Détection & classification de bruits de propulseur

I. Introduction

II. État de l'art de la classification acoustique

**III. Détection & classification de bruits de propulseur**

IV. Architectures multi-résolution explicables

V. Conclusions et perspectives



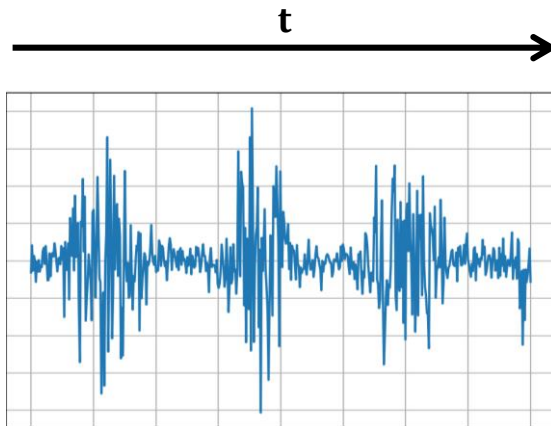
# III. Détection & classification de bruits de propulseur

## Bruit de cavitation de l'hélice

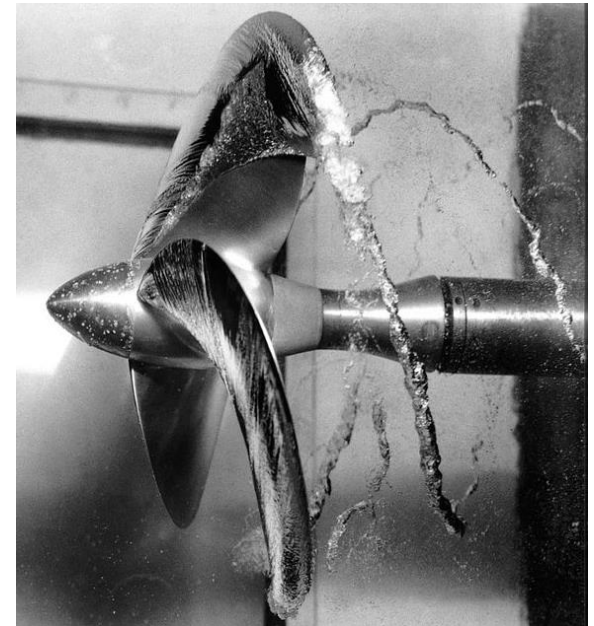
- Signal reçu  $x(t) = s(t) + n_a(t)$  contenant un bruit d'hélice et un bruit ambiant blanc et Gaussien.

$$s(t) = \sum_{i=1}^{n_p} m_{i,\omega}(t) \cdot n_{i,c}(t) + n_{0,c}(t)$$

- $n_{i,c}(t)$ , bruit de cavitation de la pale d'indexe  $i$ .
  - $m_{i,\omega}(t)$ , modulation en amplitude de la pale d'indexe  $i$ .
  - $n_{0,c}(t)$ , contribution du bruit de cavitation constant.
- Bruit cyclostationnaire comme signal cible.



## Cavitation d'une hélice



*J.G.Lourens "Passive sonar ml estimator for ship propeller speed"*

# III. Détection & classification de bruits de propulseur

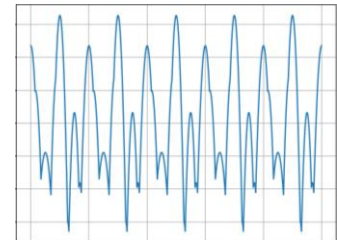
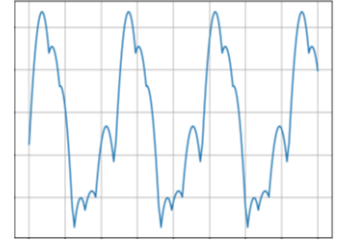
## ■ Problème de détection de bruit de propulseur

- Détection d'un signal reçu avec une signature inconnu (problème composite) :

$$H_0: \{x(k) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_a^2), k \in \llbracket K \rrbracket\},$$

$$H_1: \{x(k) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\theta^2(k) + \sigma_a^2), \theta \in \{\theta_1, \dots, \theta_M\}, k \in \llbracket K \rrbracket\}$$

$$\sigma_\theta^2(k) = \sum_{i=1}^p m_{i,\omega}^2(k) \cdot \sigma_i^2 + \sigma_0^2$$



## ■ Détecteur/Classifieurs optimal

- Test optimal obtenu à partir du rapport de vraisemblance bayésien  $\delta^*(x) = \mathbb{1}_{\Lambda(x) \geq \tau}$ :

$$\Lambda^*(x) = c_0 + \sum_{m=1}^M \left( c_m \exp \left( \sum_{k=1}^K b_{m,k} x^2(k) \right) \right)$$

# III. Détection & classification de bruits de propulseur

## Classe d'architecture d'approximation bayésienne

- $\delta^*$  minimise le risque réel pour le problème de détection.

$$\mathcal{R}^* = \min_f \mathcal{R}(f) = \mathcal{R}(\delta^*)$$

- Objectif d'obtenir une convergence structurelle vers le détecteur optimal  $\delta^*$  et pas juste en terme de risque  $\mathcal{R}(g_\theta) - \mathcal{R}^*$ .
- Proposition d'une structure d'architectures profondes  $f_\theta(x)$ , dont les couches approchent les opérations élémentaires du classifieur de Bayes :

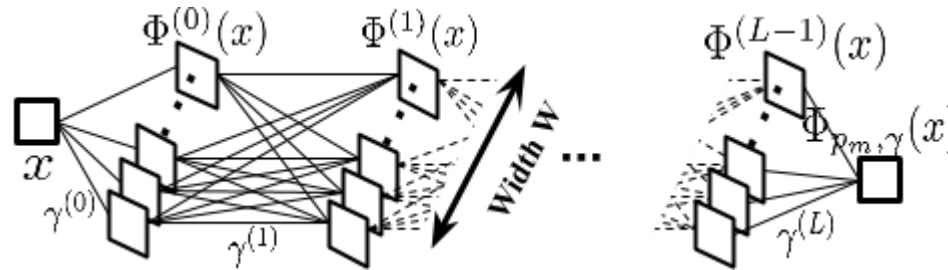
$$\Lambda^*(x) = c_0 + \sum_{m=1}^M \left( c_m \exp \left( \sum_{k=1}^K b_{m,k} x^2(k) \right) \right)$$

$$f_\theta(x) = \lambda_0 + \sum_{m=1}^M \lambda_m \Phi_{e^x, \gamma_2} \left( \sum_{k=1}^K \varphi_{m,k} \Phi_{x^2, \gamma_1}(x(k)) \right)$$

# III. Détection & classification de bruits de propulseur

## Approximation de fonction par réseau de neurones

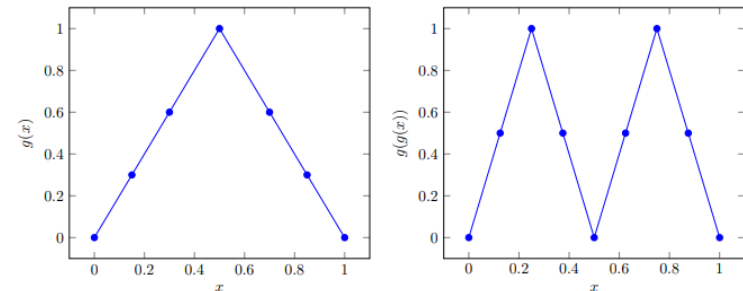
- Réseau de neurones complètement connectés  $\Phi_{g,\gamma} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  de largeur  $W=9$  avec fonction d'activation ReLU :



$$\begin{cases} \Phi^{(0)}(t) = \Gamma_r(\gamma^{(0)} \cdot t + B^{(0)}), t \in \mathbb{R}, \\ \Phi^{(l)}(t) = \Gamma_r(\gamma^{(l)} \Phi^{(l-1)}(t) + B^{(l)}), 1 \leq l < L-1 \\ \Phi_{g,\gamma}(t) = \gamma^{(L)} \Phi^{(L-1)}(t) + B^{(L)}, \end{cases}$$

- Possibilité d'approximer une fonction  $g$  avec un nombre de couche  $L$  qui croît de façon polylogarithmique par rapport à l'erreur d'approximation désirée:

$$\|\Phi_{g,\gamma} - g\|_{L^\infty(I)} \leq \epsilon$$



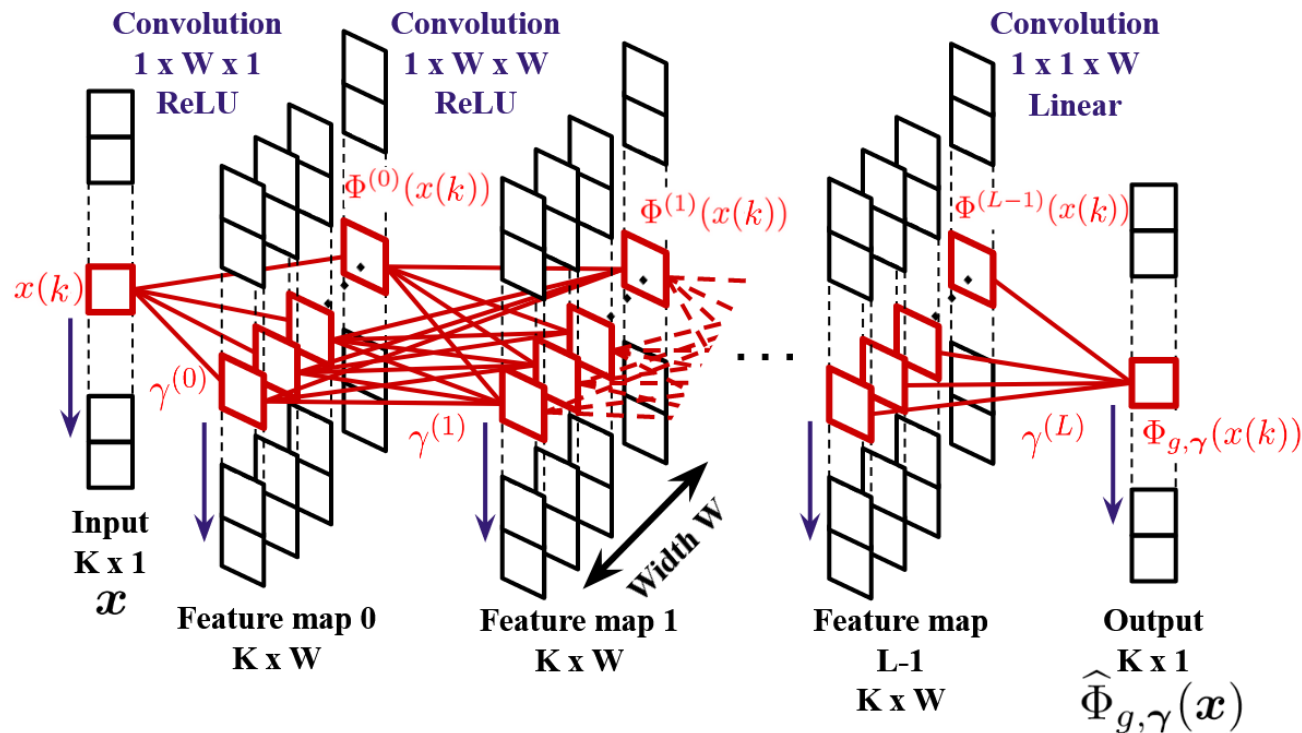
- Théorème montrant que pour  $f_\theta(x)$ , on a :

$$\sup_{x \in \mathcal{X}} |f_\theta(x) - \Lambda^*(x)| \leq C' \epsilon$$

# III. Détection & classification de bruits de propulseur

## Approximation de fonction par CNN

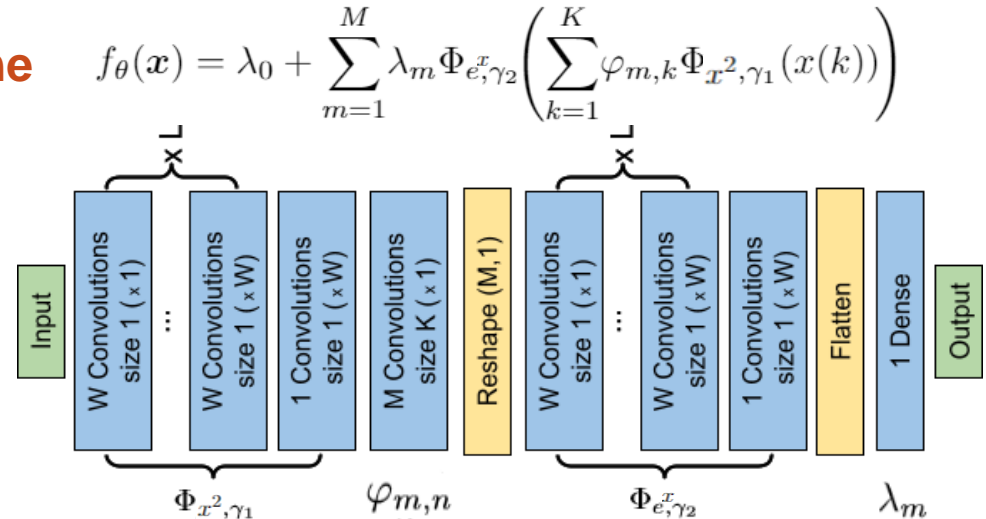
- Adaptation du réseau de neurones  $\Phi_{g,\gamma} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  en tant que réseau convolutif avec des filtres de tailles  $1 \times 1$ .
- Calcul efficaces et explicable des fonctions vectorielles.



# III. Détection & classification de bruits de propulseur

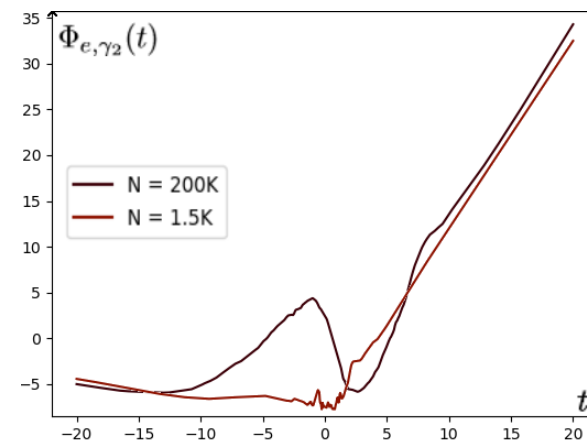
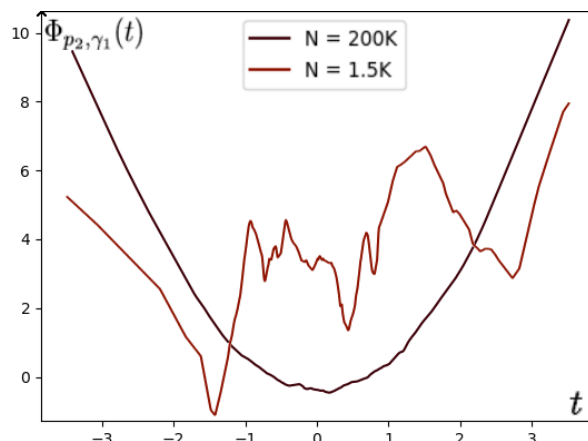
## Architecture profonde bayésienne

- Implémentation de l'architecture  $f_{\theta}(x)$  en tant que CNN.



## Visualisation des fonctions apprises

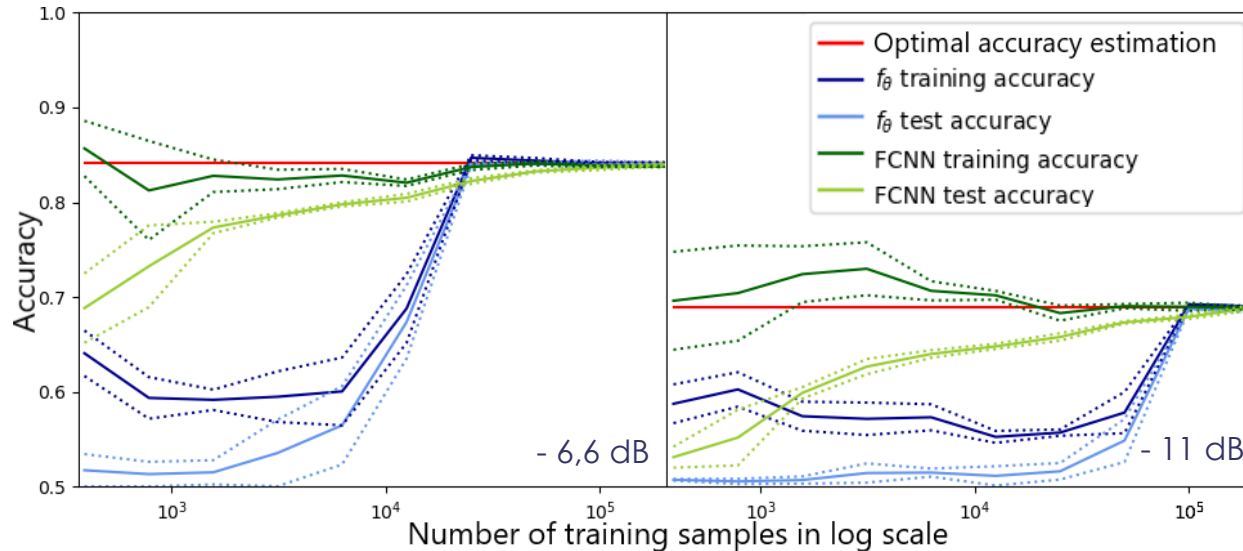
- Possibilité d'extraire les poids des fonctions apprises pour une visualisation.



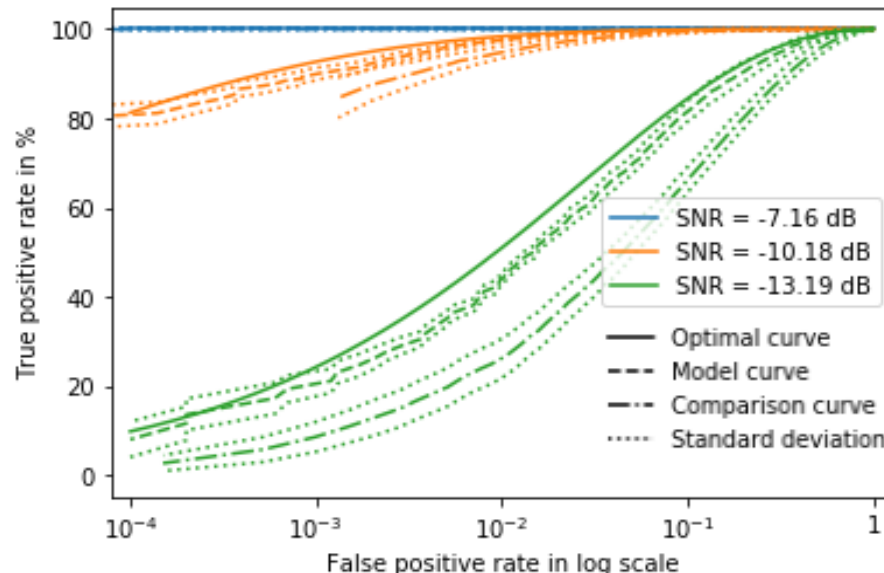


# III. Détection & classification de bruits de propulseur

## Influence du SNR sur la généralisation



- Possibilité de converger vers les performances et même la structure mathématique du détecteur optimal.
- Nombre d'exemples nécessaire lié au SNR dans les données d'apprentissage.
- Cas avec une seule signature.
- Possibilité de tracer des courbes COR.

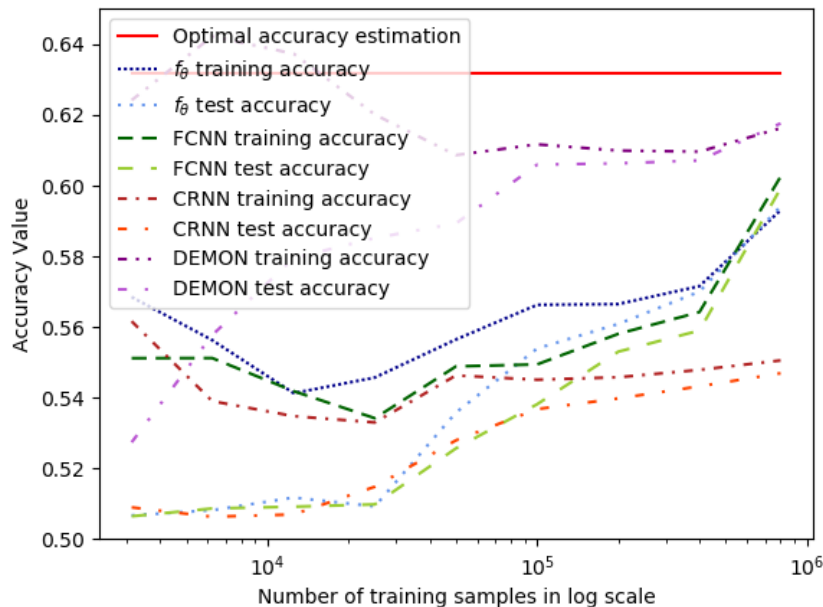


# III. Détection & classification de bruits de propulseur

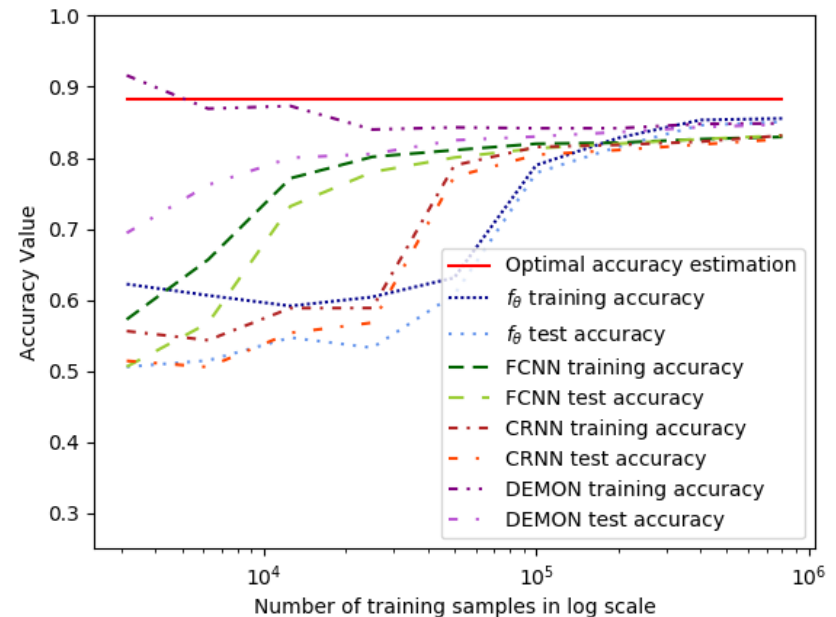
## Résultats de généralisation

- Comparaison des performances de  $f_{\theta}(x)$  (3 k) au détecteur optimal, à un modèle FCNN 1D (1 m), à un CNN 1D sur DEMON (90 k) et un CRNN 1D (380 k).

K = 64 échantillons



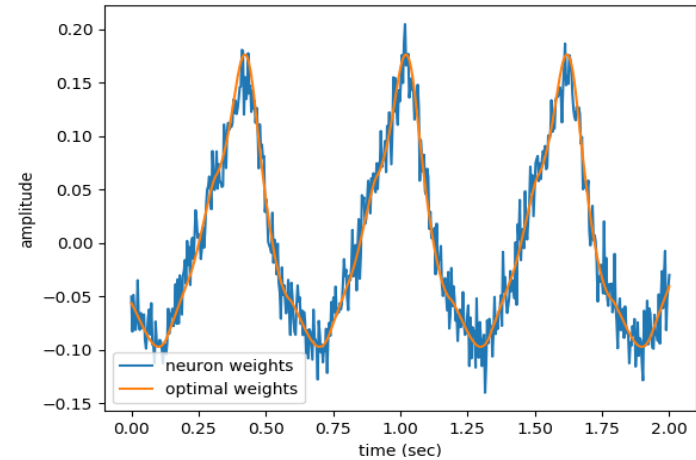
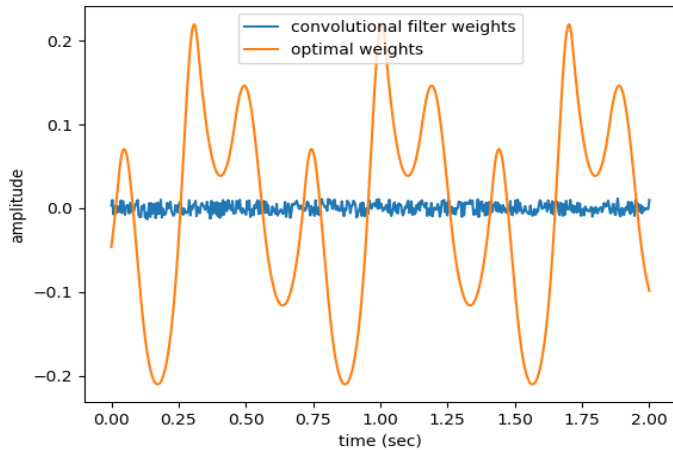
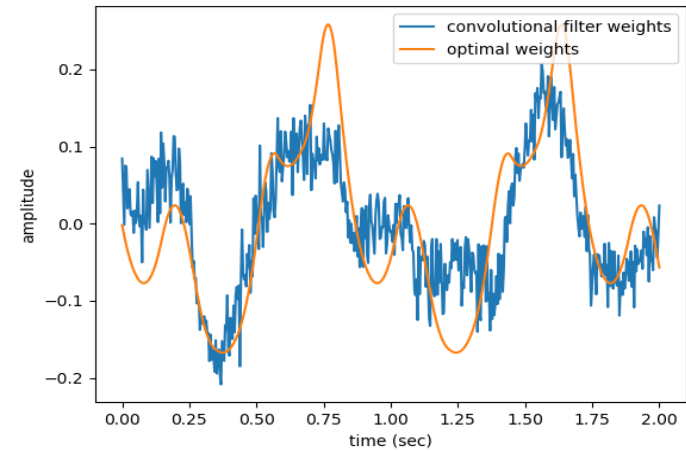
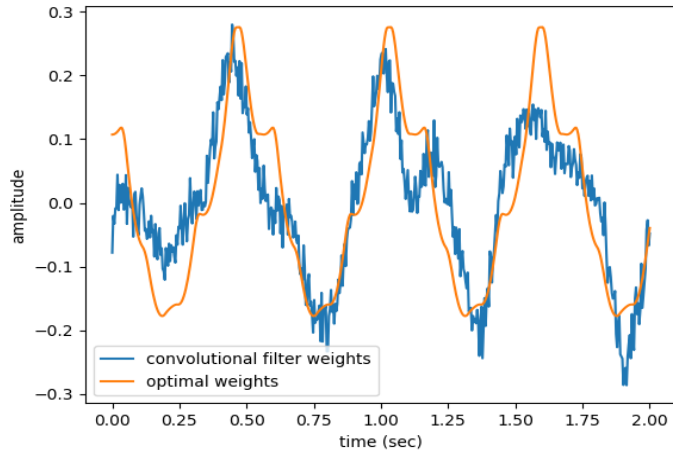
K = 512 échantillons



# III. Détection & classification de bruits de propulseur

## Autres résultats

- Apprentissage d'une banque de filtres bruités même avec un nombre de signature  $M$  petit.



# IV. Architectures multi-résolution explicables

I. Introduction

II. État de l'art de la classification acoustique

III. Détection & classification de bruits de propulseur

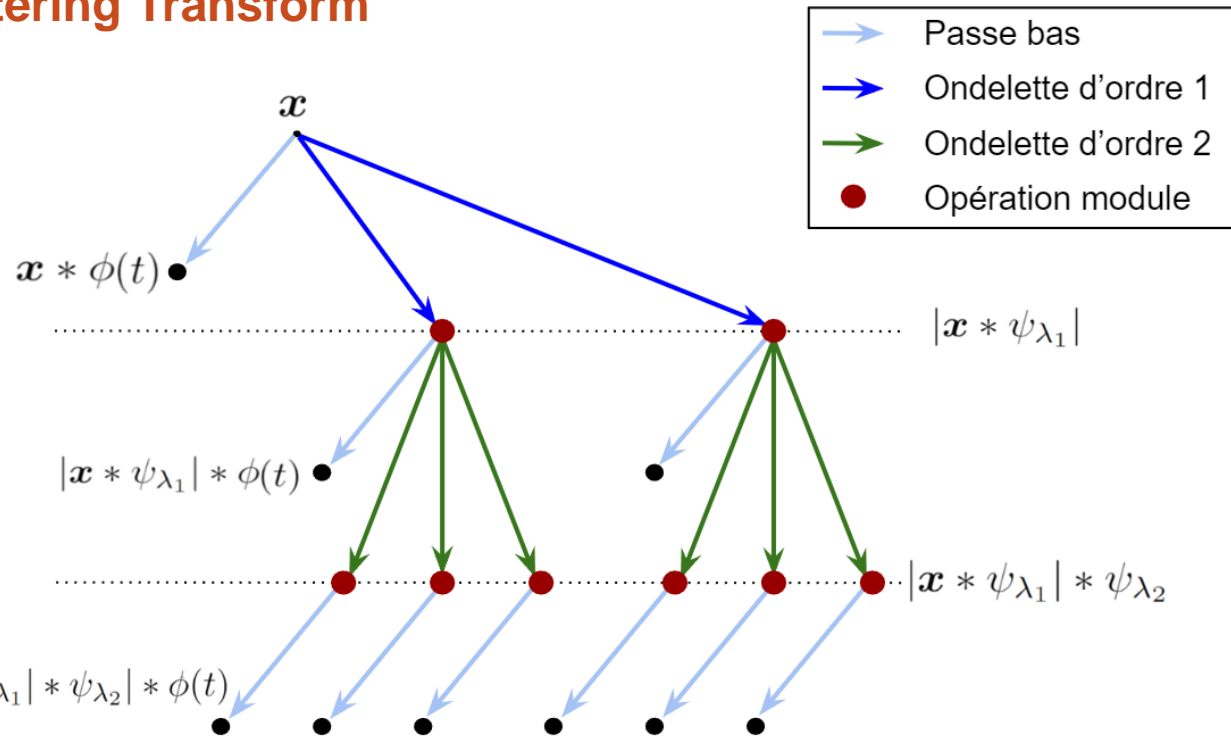
**IV. Architectures multi-résolution explicables**

V. Conclusions et perspectives

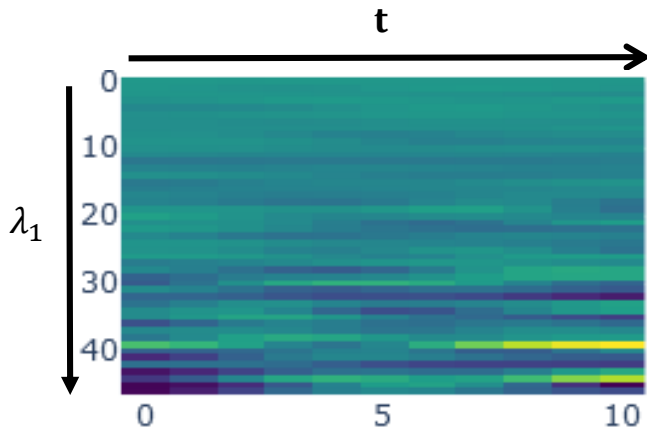
# IV. Architectures multi-résolution explicables

## Algorithme de la Scattering Transform

- Permet d'analyser le spectre de modulation du signal à plusieurs ordres grâce à des décompositions sur différentes échelles temporelles.
- Calcul à partir d'une cascade de convolutions de filtres d'ondelettes et des opérations module.
- Adaptée aux signaux cyclostationnaires de cavitation de pales



- Représentation de  $|x * \psi_{\lambda_1}| * \phi(t)$  avec des fenêtres temporelles comme un scalogramme.



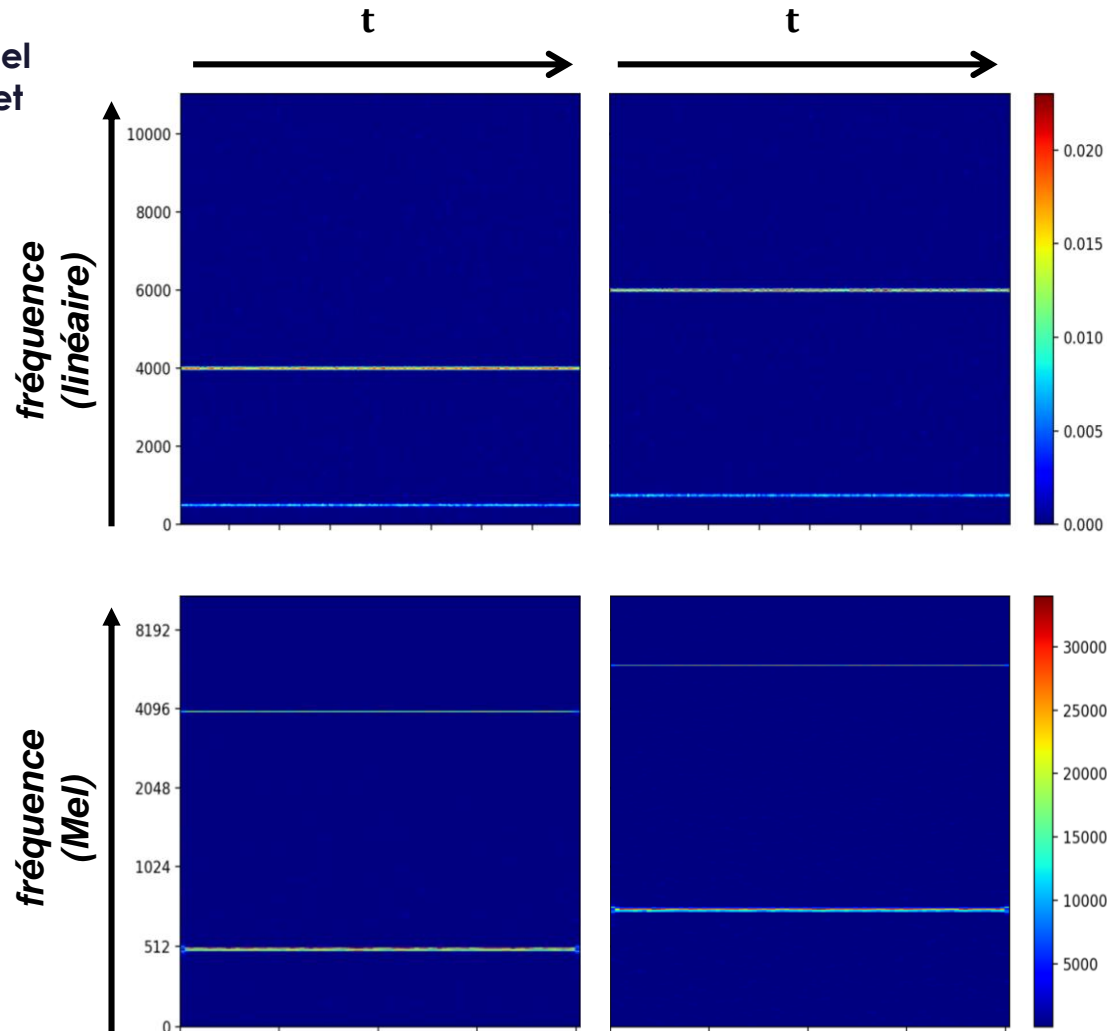
# IV. Architectures multi-résolution explicables

## Algorithme de la Scattering Transform

- Définit une représentation en échelle Mel localement invariante aux translations et stable aux déformations temporelles.

$$\begin{aligned} \|Sx_\tau - Sx\| &\leq C \sup_t |\tau'(t)| \cdot \|x\| \\ x_\tau(t) &= x(t - \tau(t)) \\ |\tau'(t)| &< 1, \sup_t |\tau(t)| \ll T \end{aligned}$$

- Kymatio : calcul efficace avec des convolutions dans le domaine fréquentiel.
- Basée sur des ondelettes complexes fixes.





# IV. Architectures multi-résolution explicables

## Architecture de Scattering Transform Apprise (LST) CNN d'ordre 1

- Utilisation de la structure de l'algorithme de transformée en ondelette rapide pour apprendre un ensemble de F filtres de tailles réduites à différentes échelles de résolution au lieu de Q version d'une même ondelette mère par octave.

$$\tilde{S}[x](s, f) = |x_{\dagger s} \star \psi_f| \star \phi_K$$

$$x_{\dagger s+1} = (x_{\dagger s} \star \psi_{LF}) \star \phi_2$$

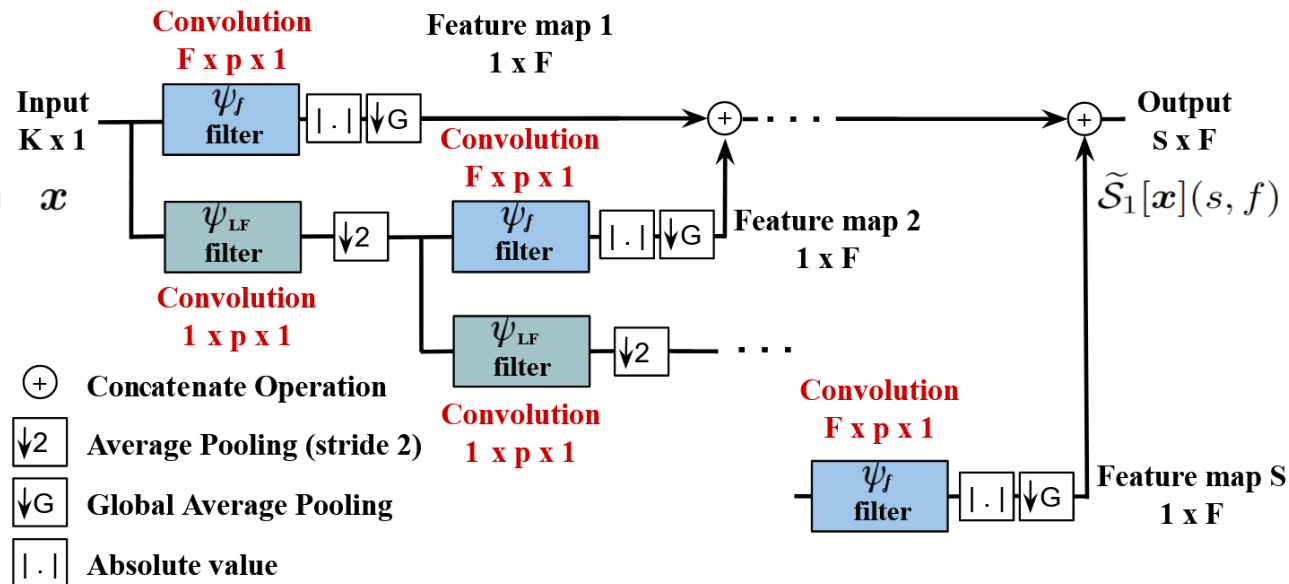
- Forme d'apprentissage frugal comparé aux CNN 1D grâce aux skip connections.

- Possibilité d'obtenir une représentation dépendant du temps en utilisant des opérations average pooling locales, pour obtenir :

$$\tilde{S}[x](s, f, t) =$$

$$|x_{\dagger s} \star \psi_f| \star \phi_T(t)$$

- Représentation similaire à un Spectrogram d'échelle Mel multi canal appris.



# IV. Architectures multi-résolution explicables

## Résultat de généralisation avec une architecture LST d'ordre 1

- Apprentissage des filtres adaptés dans un espace appris de dimension réduite:

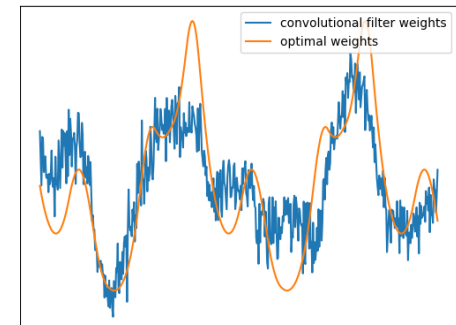
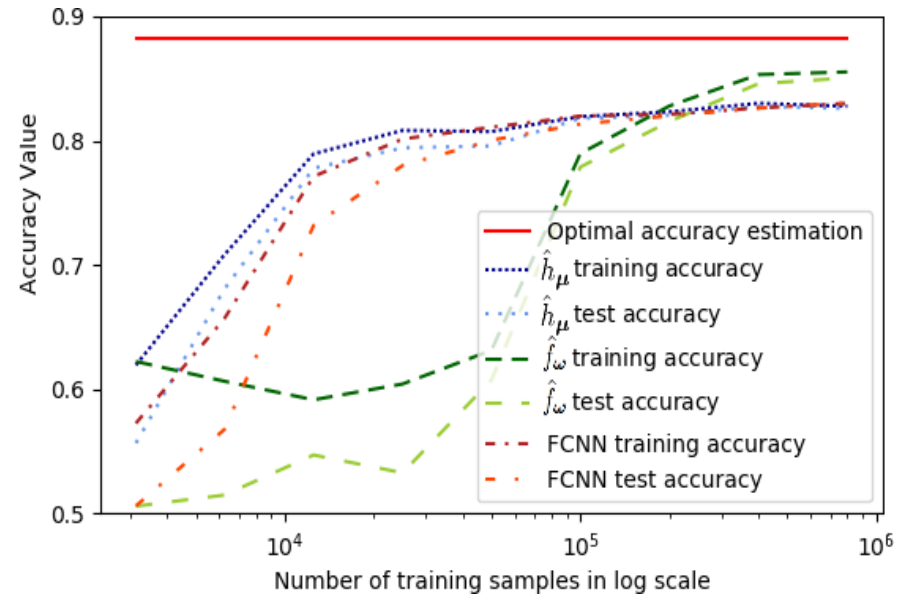
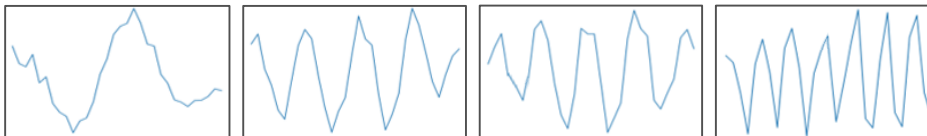
$$f_{\theta}(x) = \lambda_0 + \sum_{m=1}^M \lambda_m \Phi_{e, \gamma_2} \left( \sum_{k=1}^K \varphi_{m,k} \Phi_{x^2, \gamma_1}(x(k)) \right)$$

$$\hat{h}_{\mu}(x) = \alpha_0 + \sum_{m=1}^M \alpha_m \Phi_{e, \gamma_2} \left( \sum_{\lambda \in \Lambda} \beta_{m,\lambda} \tilde{\mathcal{S}}[\Phi_{x^2, \gamma_1}(x)](\lambda) \right)$$

- Représentation des filtres temporels  $b_{m,k}$ , de tailles  $K$  dans un nouvel espace appris de taille  $S \times F$ , avec  $S$  tel que :

$$2p > \frac{K}{2^S} \geq p$$

$$S \approx \ln_2(K) - \ln_2(p)$$



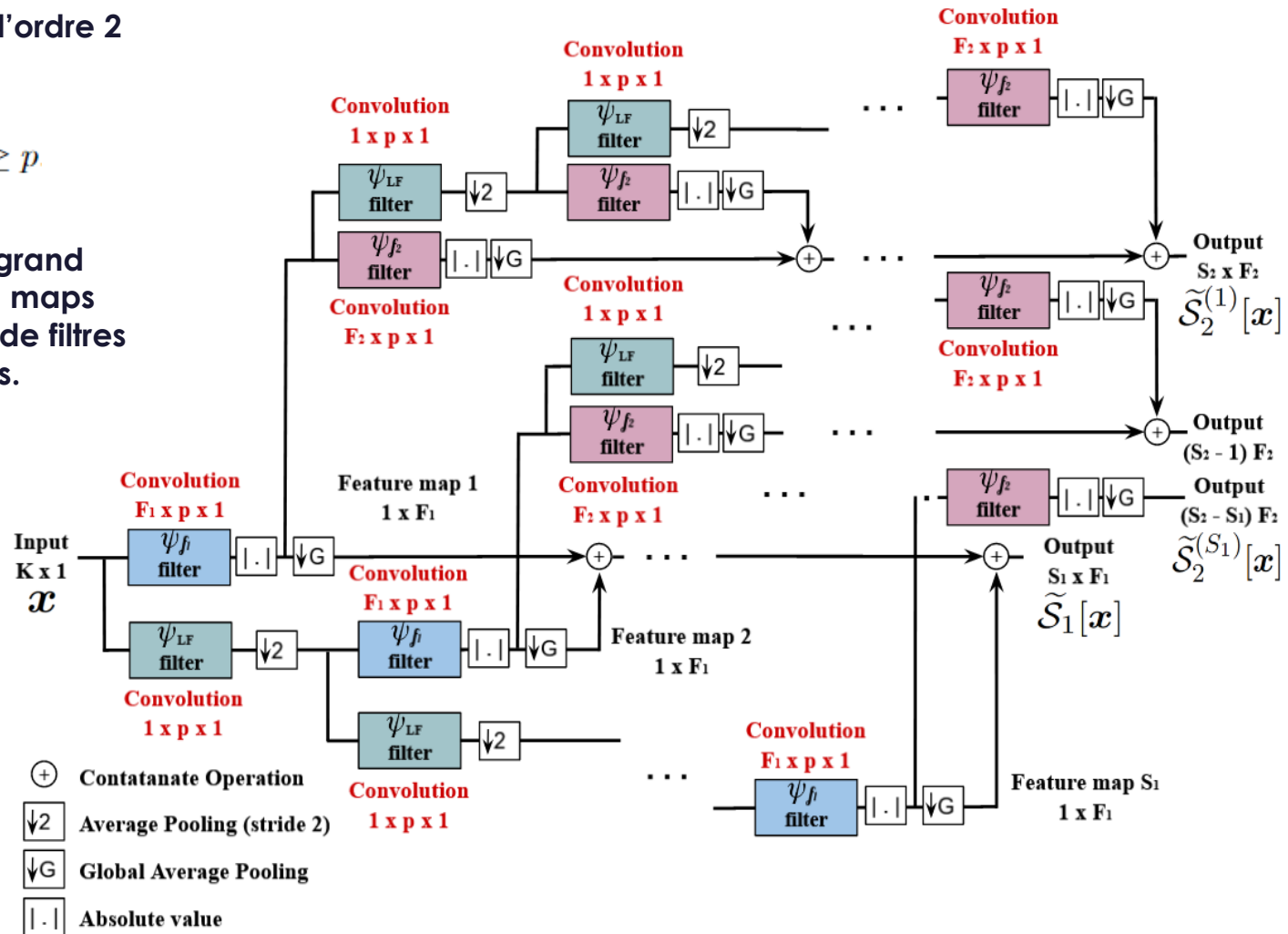
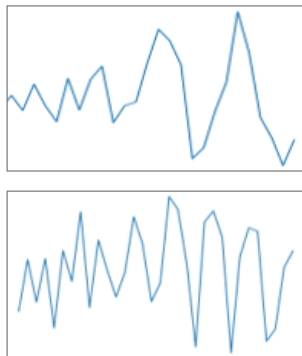
# IV. Architectures multi-résolution explicables

## Architecture de Scattering Transform apprise (LST) CNN d'ordre 2

- Décomposition à l'ordre 2 avec  $S_2$  tel que :

$$2p > \frac{K}{2^{S_2-s-1}} \geq p$$

- Création d'un très grand nombre de feature maps limitant le nombre de filtres pouvant être appris.
- Comportement d'apprentissage imprévisible.



# V. Conclusions et perspectives

---

I. Introduction

II. État de l'art de la classification acoustique

III. Détection & classification de bruits de propulseur

IV. Architectures multi-résolution explicables

**V. Conclusions et perspectives**

# V. Conclusions et perspectives

## Conclusions

- Développement d'un modèle simple de bruit d'hélice et d'un simulateur pour la génération de données permettant de comparer des solutions retenus dans l'état de l'art.
- Proposition d'une méthode d'explicabilité liée à la théorie de l'approximation via des architectures bayésiennes intrinsèquement explicables.
- Adaptation de la structure de la Scattering Transform pour concevoir des architectures CNN 1D capables d'apprendre des représentations internes explicables.

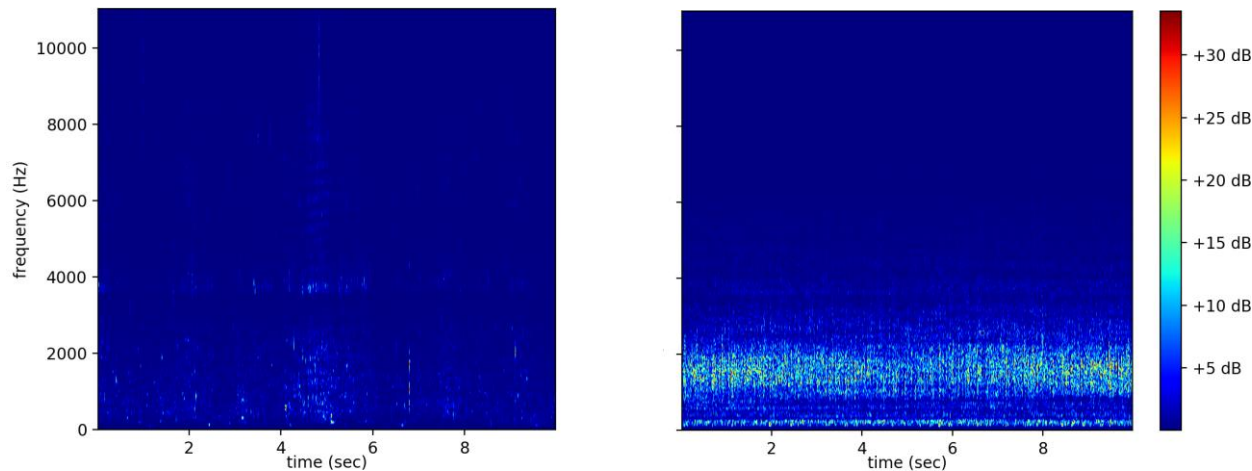
## Publications

- Propeller Noise Detection with Deep Learning, Thomas Mahiou, Lionel Fillatre, Laurent Deruaz-Pepin, IEEE ICASSP 2020, Spain.
- Explainable Deep Learning Detection of Gaussian Propeller Noise with Unknown Signal-to-Noise Ratio, Thomas Mahiou, Lionel Fillatre, Laurent Deruaz-Pepin, IEEE MLSP 2021, Australia.
- Learning based Scattering Transform for Explainable Underwater Acoustic Classification, Thomas Mahiou, Lionel Fillatre, Laurent Deruaz-Pepin, IEEE EUSIPCO 2022, Serbia.

# V. Conclusions et perspectives

## Comparaisons de différentes architectures LST CNN

- Comparaison sur des jeux de données Open Sources contenant des enregistrements acoustiques de navires.



## Pistes de recherche

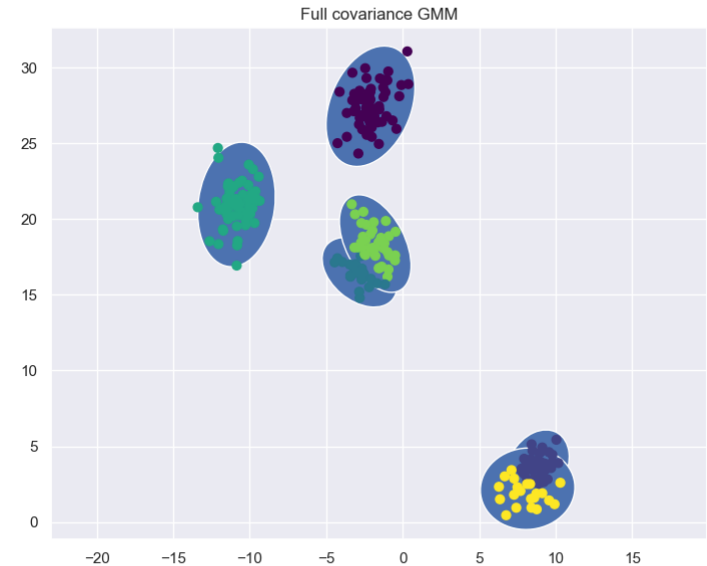
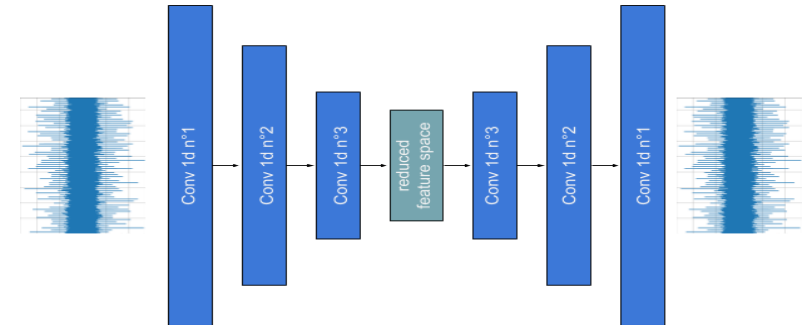
- Modification de la back propagation pour inclure Q filtres de tailles différentes par octaves afin d'obtenir une meilleur résolution fréquentielle sans apprendre des filtres supplémentaires.
- Stratégie d'initialisation avec des filtres d'ondelettes classiques.



# V. Conclusions et perspectives

## Apprentissage non supervisé

- Possibilité d'apprendre de façon non supervisé des représentations internes sur des jeux bien plus vastes.
- Apprentissage par VAE / GAN.
- Classifications via des distances au sein d'une base de données.
- Classification à base de clusters avec GMMs, afin de rejeter des données éloignées de la distribution du jeu d'entraînement.



## Prise en compte du contexte opérationnel

- Prise en compte d'information lors du pistage...

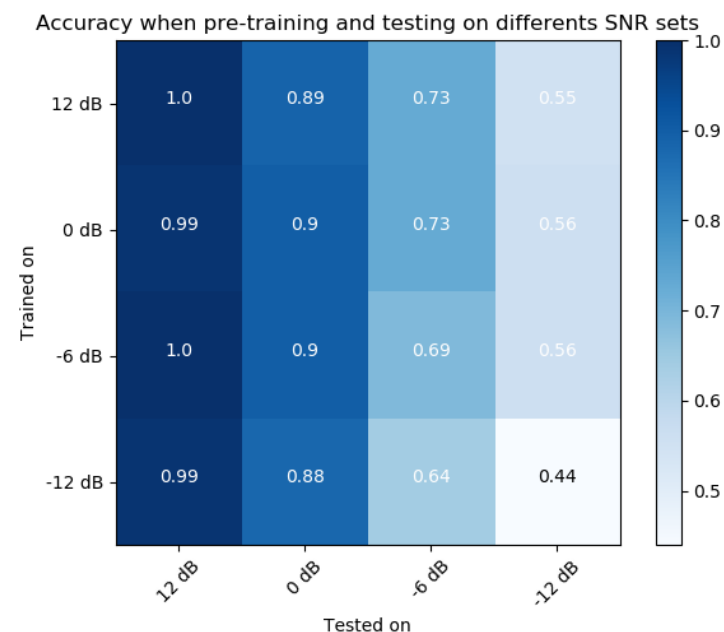
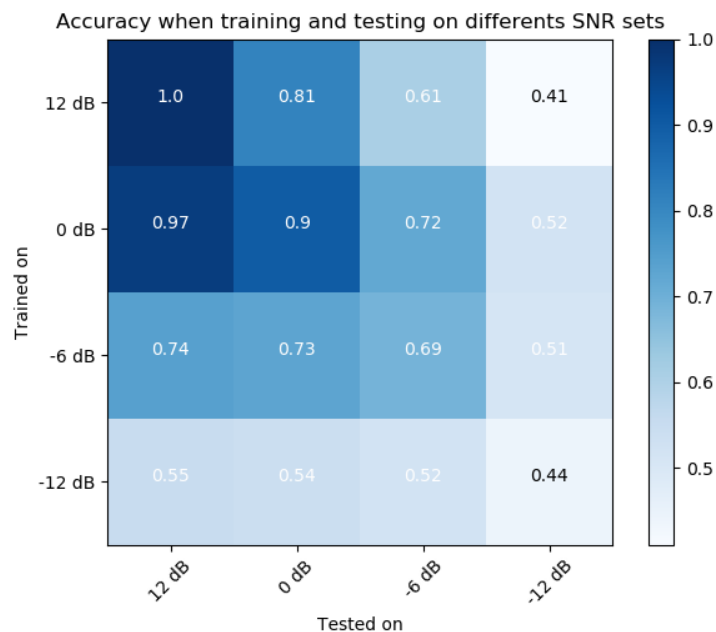
**Merci pour votre  
attention**

## Résultats sur la classification multi-classes

- Comparaisons de différentes architectures classiques.

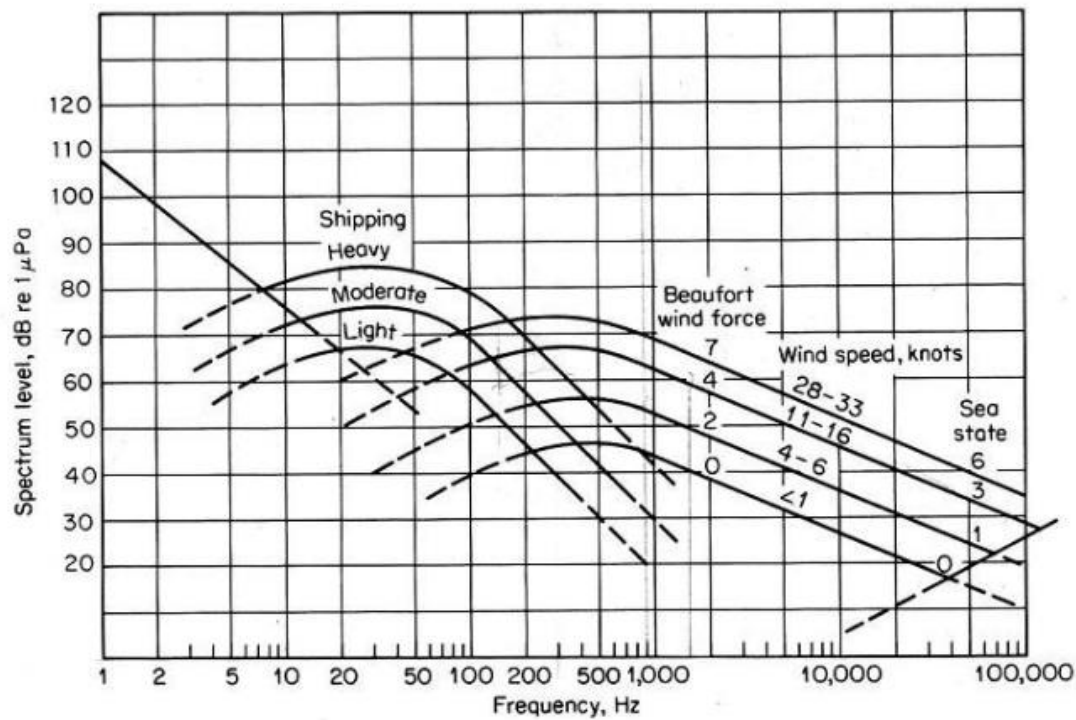
Architecture	Précision de classification Entraînement (%) $\pm \sigma$	Précision de classification Test (%) $\pm \sigma$
FCNN M11	94,75 $\pm$ 0.09	94,29 $\pm$ 0.36
EnvNet-v2	88,79 $\pm$ 0.14	85,92 $\pm$ 0.63
LST-CNN	94,14 $\pm$ 0.08	93,68 $\pm$ 0.16
CNN 2D	94,17 $\pm$ 0.02	94,02 $\pm$ 0.28

- Entraînement de modèles FCNN 1D sur des SNR différents.



## Bruit ambiant

- Bruit quasi constant dans toute les directions.



# Annexe. Théorie de l'apprentissage

## Apprentissage automatique supervisé

- Recherche d'une fonction  $g_\theta(\mathbf{x})$  par la minimisation du risque empirique  $\mathcal{R}_N(\theta)$  sur un jeu d'entraînement  $\mathcal{S} = \{(\mathbf{x}^{(1)}, y^{(1)}), \dots, (\mathbf{x}^{(N)}, y^{(N)})\}$  où  $(\mathbf{x}, y) \sim P$ .

## Contrôle du risque

$$\mathcal{R}_N(\theta) := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathcal{L}(g_\theta(\mathbf{x}^{(i)}), y^{(i)})$$

- Convergence de  $g_\theta(\mathbf{x})$  vers le détecteur optimal  $\delta(\mathbf{x})$  mesuré par l'excès de risque  $\mathcal{R}(g_\theta) - \mathcal{R}^*$ .

$$\mathcal{R}(f) := \mathbb{E}_{(\mathbf{x}, y) \sim P} [\mathcal{L}(f(\mathbf{x}), y)]$$

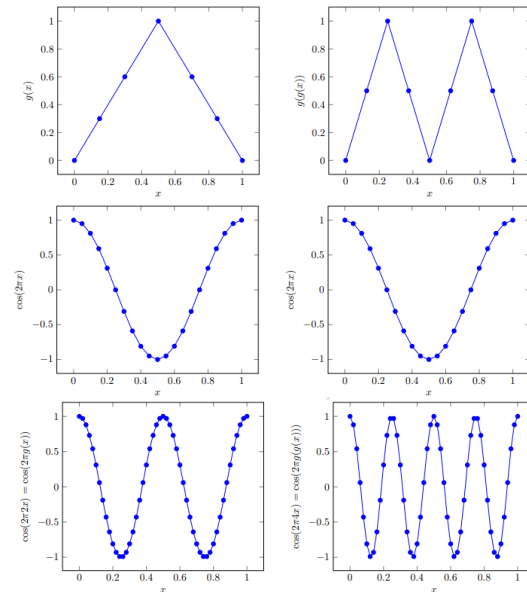
$$\mathcal{R}^* = \min_f \mathcal{R}(f) = \mathcal{R}(\delta)$$

- Décomposition en différents types d'erreurs que l'on va essayer d'influencer avec l'architecture, le nombre d'exemples d'entraînement, etc...

$$\begin{aligned} 0 \leq & \mathcal{R}(g_\theta) - \mathcal{R}^* & = & \text{(excès de risque)} \\ & \mathcal{R}(g_{\theta^*}) - \mathcal{R}^* & + & \text{(erreur d'approximation)} \\ & \mathcal{R}_N(g_{\theta^*}) - \mathcal{R}(g_{\theta^*}) & + & \text{(erreur de généralisation 1)} \\ & \mathcal{R}_N(g_{\theta'}) - \mathcal{R}_N(g_{\theta^*}) & + & \leq \epsilon \\ & \mathcal{R}_N(g_\theta) - \mathcal{R}_N(g_{\theta'}) & + & \text{(erreur d'optimisation)} \\ & \mathcal{R}(g_\theta) - \mathcal{R}_N(g_\theta) & + & \text{(erreur de généralisation 2)} \end{aligned}$$

## ■ Erreur d'approximation

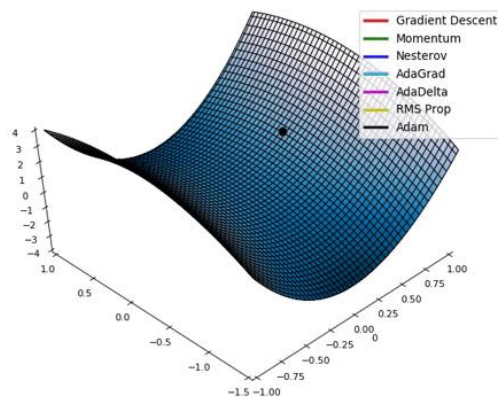
- Erreur  $\mathcal{R}(g_{\theta^*}) - \mathcal{R}^*$ , avec  $g_{\theta^*} = \arg \min_{g_{\theta} \in \mathcal{G}} \mathcal{R}(g_{\theta}) \in \arg \min_f \{\mathcal{R}(f)\}$ .
- Capacité d'approximation de la classe de fonction  $\mathcal{G}$  liée à l'architecture du réseau. Théorie sur l'approximation de fonction continue par morceaux (Cybenko), Fourier, mais également feature map invariantes (Yarotsky).



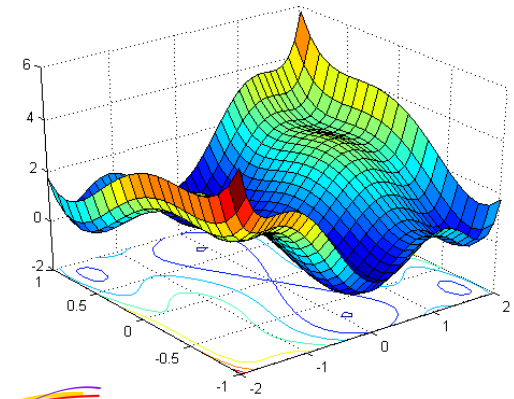
## ■ Erreur d'optimisation

- Erreur  $\mathcal{R}_N(g_{\theta}) - \mathcal{R}_N(g_{\theta'})$ , avec  $g_{\theta'} = \arg \min_{g_{\theta} \in \mathcal{G}} \mathcal{R}_N(g_{\theta})$ .
- Optimisation non-convexe et convergence liée au point de départ, la taille des mini-batches ou encore la fonction de perte utilisée.

$$\mathcal{R}_N(g_{\theta}) := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathcal{L}(g_{\theta}(x^{(i)}), y^{(i)})$$



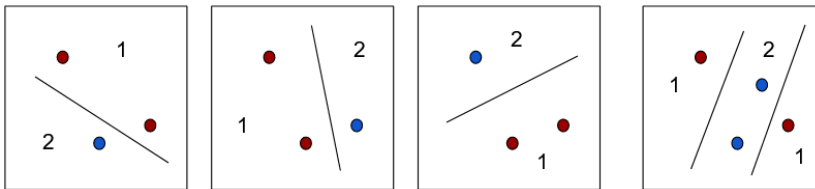
- Augmenter  $N$  aboutit généralement à des paysages plus lisses pour le risque empirique.
- Importance de la SGD pour sa régularisation implicite (Roberts).



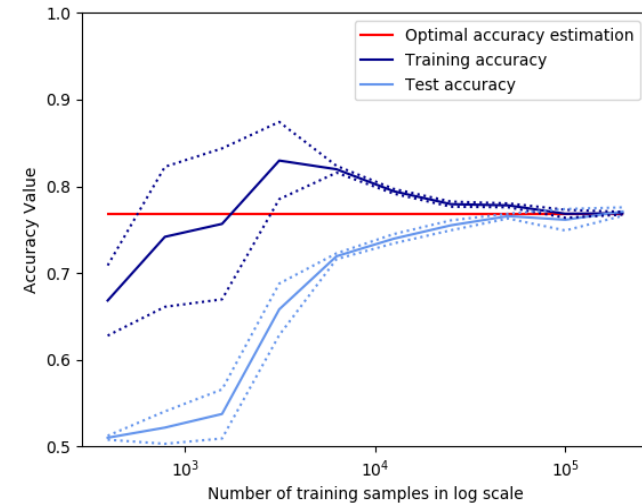
## ■ Erreur de généralisation

- Erreur  $\mathcal{R}(g_\theta) - \mathcal{R}_N(g_\theta)$ , liée à des données indépendantes mais suivant toutes la même distribution  $(\mathbf{x}, y) \sim P$ .
- Capacité des architecture à surapprendre un problème.
- Existence de bornes liées à la capacité de pulvérisation d'une architecture : on a avec une probabilité  $1 - \delta$  :

$$\forall g_\theta \in \mathcal{G}, \mathcal{R}(g_\theta) \leq \mathcal{R}_N(g_\theta) + 2\sqrt{2 \cdot \frac{h \log(\frac{2eN}{h}) + \log(\frac{2}{\delta})}{N}}$$



- Ne suffit pas à expliquer certains comportements contre-intuitifs observés dans l'apprentissage profond.
- L'erreur de généralisation est entièrement déterminée par le triplet  $(P, D_N, g_\theta)$ .
- Besoins de repenser la généralisation (Zhang et al.) avec des mesures de complexité.





## Mesures de complexité

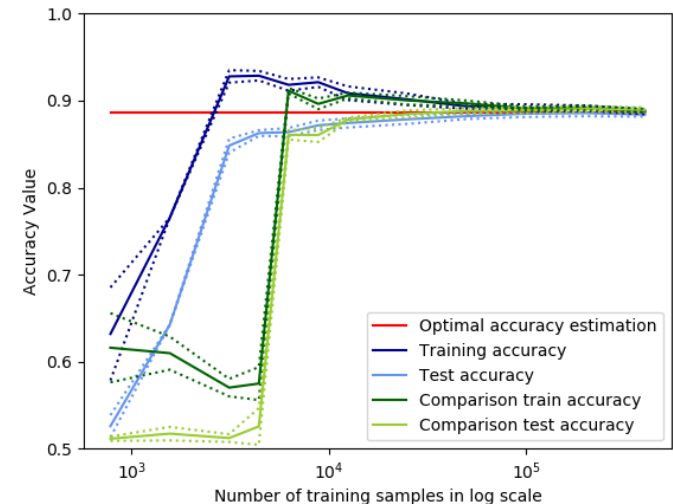
- Tentative de quantifier la complexité de la fonction que représente un réseau (prédicteur de son degré de généralisation) :

- Extension de mesures classiques : Dimension VC, Rademacher, Norme des poids ...

- PAC Bayes et Sharpness

$$\approx \max_{|\nu_l| \leq \alpha(|w^{(l)}|+1)} \mathcal{R}_N(f_{w+\nu}) - \mathcal{R}_N(f_w)$$

- Observation empirique : Fisher-Rao, distance des poids à l'initialisation, Vitesse de convergence, Ampleur du bruit du gradient ...



- Théorise l'influence des choix de paramètres de réseau et d'apprentissage sur la généralisation.
- Possibilité de vérifier la cohérence de ces mesures en comparant leur évolution théorique et empirique avec une GridSearch sur un jeu de donnée (Neyshabur et al.).
- Certains aspects, comme les propriétés d'invariance des architectures, sont encore difficilement quantifiables.